

Vorbemerkungen:

Der **WPU Mathematik** ist besonders geeignet, der **fachsprachlichen Ausbildung bzw. Symbolsprache besondere Aufmerksamkeit** zu widmen. Darunter verstehen wir insbesondere, dass die Schüler*innen ...

... die geforderten Fachbegriffe **kennen** und sie **situations- und adressatengerecht einsetzen**.

... mathematische Situationen & Prozesse **fachsprachlich angemessen erläutern, erklären bzw. beschreiben können**.

Die genannten Aspekte finden zudem in schriftlichen Leistungssituationen oder der Erstellung analoger Produkte sowohl in der Auswahl der Aufgaben als auch bei der Bewertung stets eine angemessene Berücksichtigung.

Die Schwerpunkte bzw. Niveaustufen bez. der Kompetenz K6 bleiben unabhängig davon unangetastet.

Zeitliche Grundlage: ca. 40 Wochen à 2 Unterrichtsstunden

Fachbezogene Festlegungen im Fach Mathematik

Themenkomplex I: Grundlagen (Fertigkeiten - Wissen) festigen & vertiefen

Fachbereich: **MA**

Fach: **WPU**

Jahrgang: **10**

Unterrichtswochen: **12**

Themenfelder:

(1) Elemente der mathematischen Logik („Aussagenlogik“)	16
(2) Elemente der Gleichungslehre: Gleichungen deuten, aufstellen und lösen	7
(3) Elemente der ebenen (Koordinaten-) Geometrie: Kreise und Geraden (vektorfrei) beschreiben	3, 13, 15

Anliegen (Ziele):

- 1. Abschnitt „Aussagenlogik“:** Weiterentwicklung der allgemeinen Fertigkeiten, wie logische Strukturen analysieren und aufdecken, Aussagen logisch strukturieren und Beweisideen selbst finden sowie Abhängigkeiten entdecken und selbst formulieren können. Es gilt hier, (nur) die elementare Aussagenlogik (Wahrheitstabelle) an einfachen Beispielen zu thematisieren und sie im Folgeunterricht zu pflegen.
- 2. Abschnitt „Gleichungslehre“:** Ausgehend von einer überblicksartigen Wiederholung zu Begriffen und Fertigkeiten soll das Methodenrepertoire beim Lösen von Gleichungen erhöht werden, um im Folgeunterricht i. S. des Nutzens der „mathematischen Werkzeugkiste“ darauf zurückzugreifen.
- 3. Abschnitt „Koordinatengeometrie“:** Erweiterung und Vertiefung des Wissens über analytische Darstellung von Geraden und Kreisen in der Ebene - stets in enger Verzahnung mit der bildhaften Darstellungsebene. Es bieten sich Fragestellungen an, die zu Begründungen auffordern (K1) und weitere inhaltliche Vernetzungen (Geometrie-Algebra-Funktionenlehre) ermöglichen. Das ebene Vorstellungsvermögen soll gefördert werden. Der Einsatz dynamischer Geometriesoftware bietet sich an, insbesondere in der Phase des Erkundens von Beziehungen. Einzelne Elemente entlasten zudem den Unterricht in Q3 – Themengebiet: Analytischen Geometrie.

Abschnitt I:

Kompetenzentwicklung		Inhaltliche Konkretisierung Fachbegriffe	Methoden, Arbeitsformen, Materialien	Differenzierung	Bewertung
Fachlich	Überfachlich Fachübergreifend				
<p>L1 / K1 und K5 Die Schüler*innen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • kennen die Bedeutung der Begriffe Aussage (Aussageform), Negation, ..., Äquivalenz sowie die der Junktoren • können logische Bestandteile der Sprache (der Mathematik) richtig verstehen und anwenden • können Beispiele der Umgangssprache hinsichtlich logischer Struktur analysieren bzw. passend angeben • kennen ausgewählte aussagenlogische Gesetze und beherrschen logische Grundregeln • können Wahrheitstafeln deuten und (exemplarisch) aufstellen • begründen die Plausibilität von Vermutungen oder widerlegen diese durch Angabe von Beispielen oder Gegenbeispielen • entwickeln ein- oder mehrschrittige, schlüssige Argumentationen zur Begründung mathematischer Aussagen 	<ul style="list-style-type: none"> • 	<p>1. Aussagenlogik</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aussagen und Aussageformen, Junktoren <ul style="list-style-type: none"> ○ Verknüpfung von Aussagen mit Junktoren (\wedge, \vee, \neg, \rightarrow und \leftrightarrow) • Wahrheitstafeln zu Junktoren: Negation, Konjunktion, Disjunktion (Alternative), Implikation (Subjunktion), Äquivalenz (Bisubjunktion) <ul style="list-style-type: none"> ○ Unterschied zwischen Konjunktion und Disjunktion ○ Unterschied zwischen Implikation und Äquivalenz ○ Verneinung von Aussagen • Auswahl aussagenlogischer Gesetze: <ul style="list-style-type: none"> ○ Transitivität, ○ doppelte Negation, ○ Gesetze von De Morgan, ○ Kontraposition • logische Struktur von direktem und indirektem Beweis 	<ul style="list-style-type: none"> • Erschließen einfacher logischer Strukturen ausgehend von Alltagssituationen • exemplarischer Lehrervortrag • PA: Umgangssprache vs. Fachsprache (Bsp. zu gleichbedeutender logischer Struktur) 	<p>nach Inhalt, Komplexitäts-, Schwierigkeitsgrad:</p> <ul style="list-style-type: none"> • arbeitsteilige Untersuchung ausgewählter Fallbeispiele 	

Abschnitte 2 & 3

Kompetenzentwicklung		Inhaltliche Konkretisierung Fachbegriffe	Methoden, Arbeitsformen, Materialien	Differenzierung	Bewertung
Fachlich Niveaustufen: G/H	Überfachlich Fachübergreifend				
<p>L4 / K1 und K5 Die Schüler*innen ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... können Gleichungen zweiten und höheren Grades mit einem rechnerischen Verfahren lösen. ... kennen die unterschiedliche (algebraische) Bedeutung des Potenzierens, Radizieren und Logarithmiers ... kennen die Logarithmengesetze und nutzen sie zur Lösung von Exponentialgleichungen. → H ... können Bruchgleichungen, ... Exponentialgleichungen mithilfe des Logarithmus lösen. → H 	<p>Bio/GeWi/Wirtschaft:</p> <ul style="list-style-type: none"> Wachstums- und Abnahmeprozesse (diskret und stetig) <p>Phy/Technik:</p> <ul style="list-style-type: none"> Phänomene zu Schwingungen/Wellen (Akustik, Wechselstromlehre) 	<p>2. Gleichungen deuten und lösen</p> <ul style="list-style-type: none"> (Äquivalenz-)Umformungen, Grund- und Lösungsmengen Erweitern des Methodenreservoirs beim Lösen verschiedener Gleichungsarten (Faktorisieren (Linearfaktoren), Substitution, Polynomdivision, evtl. Partialbruchzerlegung): <ul style="list-style-type: none"> quadratische Gleichungen Polynome Exponentialgleichungen Bruchgleichungen goniometrische Gleichungen <p>→ Bezüge zur Nullstellenproblematik herstellen (s. Komplex II.2)</p>	<ul style="list-style-type: none"> arbeitsteilige Untersuchung, z. B. gruppiert nach Gleichungstypen oder Methoden 	<p>nach Inhalt, Komplexitäts-, Schwierigkeitsgrad:</p> <ul style="list-style-type: none"> 	
<p>K4/K5 und K6</p> <ul style="list-style-type: none"> ... kennen verschiedene Gleichungsformen und können sie interpretieren und die zugehörige Gerade grafisch darstellen. → G/H ... können sach- bzw. situationsadäquat eine Geradengleichung aufstellen. ... kennen Gleichungen zur Beschreibung von Kreisen in Mittelpunktlage und können sie begründen sowie anwenden. → G/H 		<p>3. Geraden und Kreise (vektorfrei) beschreiben</p> <ul style="list-style-type: none"> Parameterfreie Gleichung(en): <ul style="list-style-type: none"> Allgemeine Form $Ax+By+C=0$, Normalform $y = mx+b$, Punktrichtungs- und Zweipunkteform Deutung der jeweiligen Gleichung Mittelpunktgleichung und deren Bezüge <ul style="list-style-type: none"> zum Satz des Pythagoras zur Trigonometrie zu quadratischen Gleichungen allgemeine Kreisgleichung 	<ul style="list-style-type: none"> arbeitsteilige Erarbeitung der Punktrichtungs- und Zweipunkteform → Bezüge zur Normalform 		

Fachbezogene Festlegungen im Fach Mathematik
Themenkomplex II: Funktionen und Grenzwerte untersuchen

Themenfelder

11, 15

Fachbereich: **MA**

Fach: **WPU**

Jahrgang: **10**

Unterrichtswochen: **16**

Kompetenzentwicklung		Inhaltliche Konkretisierung Fachbegriffe	Methoden, Arbeitsformen, Materialien	Differenzierung	Bewertung
Fachlich (mit Niveaustufe)	Überfachlich Fachübergreifend				
<p>L4 /K1, K3 und K5 Die SuS ...</p> <ul style="list-style-type: none"> ... wissen, dass ZF Funktionen sind und können das begründen → G/H ... können funktionale Zusammenhänge in unterschiedlichen Darstellungsformen beschreiben (rekursiv /explizit), Interpretieren und darstellen, insb. bei Wachstums- und Abnahmeprozessen → H ... begründen die Plausibilität von Vermutungen oder widerlegen diese durch Angabe von Beispielen oder Gegenbeispielen → G/H ... entwickeln ein- oder mehrschrittige, schlüssige Argumentationen zur Begründung mathematischer Aussagen → H ... kennen die Logarithmengesetze und nutzen sie zur Lösung von Exponentialgleichungen → H ... beschreiben beschränktes Wachstum verbal, graphisch und durch eine Gleichung (rekursiv und explizit), auch modellhaft auf Realsituationen bezogen → H 	<p>Bio/GeWi/Wirtschaft:</p> <ul style="list-style-type: none"> Wachstum von Populationen, Ausbreitung von Infektionskrankheiten (Epidemien) Räuber-, Beute-Modelle Einstellungstests Finanzmathematik 	<ul style="list-style-type: none"> 1. Zahlenfolgen (Reihen) beschreiben, untersuchen und interpretieren Zahlenfolge als (diskrete) Funktion ($N \rightarrow R$) <ul style="list-style-type: none"> Wdhlg.: Darstellungsformen rekursive und explizite Zuordnungsvorschrift ermitteln und begründen <ul style="list-style-type: none"> Beweistechniken nutzen: <ul style="list-style-type: none"> (in-)direkt, Vollständige Induktion (exemplarisch) arithmetische und geometrische Folgen fakultativ: Fibonacci-Folge Monotonie, Schranken und Grenzwert einer Zahlenfolge (ohne ε-δ-Defintion) <ul style="list-style-type: none"> Nullfolgen Nachweis von Grenzwerten an einfachen Bsp. (exemplarisch) fakultativ: Einschachtelungssatz Grenzwertsätze (Addition, Multiplikation, Division) Verhalten im Unendlichen – (Asymptoten) 	<p>Einsatz von Tabellenkalkulation, z. B. zur Darstellung von Iterationsprozessen, empfohlen</p> <p>- Aufgreifen und Transfer von Grundwissen und Fertigkeiten aus Themenkomplex I</p>	<p>nach Inhalt, Komplexitäts-, Schwierigkeitsgrad:</p> <ul style="list-style-type: none"> Grenzwerte arithmetischer bzw. geometrischer Zahlenfolgen → Projektarbeit Bedeutung der Fibonacci-Folge in der Natur & ... → Projektarbeit 	<p>Praktische Leistungen: Lernprodukte selbstständig allein und in Gruppen herzustellen</p> <p>Mündliche Leistungen: Fähigkeit zum reflektierten und sachlichen Diskurs und Vortrag und zum medien-gestützten Präsentieren von Ergebnissen</p>

Kompetenzentwicklung		Inhaltliche Konkretisierung Fachbegriffe	Methoden, Arbeitsformen, Materialien	Differenzierung	Bewertung
Fachlich (mit Niveaustufe)	Überfachlich Fachübergreifend				
L4 / K1 und K5 Die SuS ... <ul style="list-style-type: none"> ... können Gleichungen zweiten und höheren Grades mit einem geeigneten rechnerischen Verfahren möglichst selbständig lösen → G/H ... können den Grenzwert einer Funktion bestimmen (Testfolgen, Grenzwertsätze) ... untersuchen an Hand eines geeigneten Modells (linear, quadratisch, exponentiell) die Auswirkung von Parameterveränderungen auf Wachstums- bzw. Zerfallsprozesse → H 	Bio/GeWi/Wirtschaft: <ul style="list-style-type: none"> 	2. Stetige Funktionen beschreiben, untersuchen und interpretieren (ohne Differentialrechnung) <ul style="list-style-type: none"> Symmetrien und deren Nachweis <ul style="list-style-type: none"> $f(-x) = f(x)$ $f(-x) = -f(x)$ Stetigkeitsbegriff (propädeutisch) Grenzwert von Funktionen an einer Stelle - Verhalten im Unendlichen - Grenzwertsätze Nullstellenberechnung (s. Komplex I.2) <ul style="list-style-type: none"> Ergänzung: Regula falsi, Halbierungsverfahren etc. Einfluss von Parametern auf Lage und Form ausgewählter Funktionen → Systematisierung Rekonstruktion von Funktionstermen <ul style="list-style-type: none"> mögl. inhaltliche Schnittstelle zu III oder alternativ: Anwendung in III oder Wahlthema unter IV.) 	Bsp.: GA → (Gruppenpuzzle) <ul style="list-style-type: none"> Einsatz von GeoGebra / Tabellenkalkulation zur Untersuchung von parametrischen Funktionen Bem.: Rekonstruktion greift Beispiele aus 9. Jg. auf und könnte Schnittstelle zum Thema „LGS lösen“ sein	nach Inhalt, Komplexitäts-, Schwierigkeitsgrad: <ul style="list-style-type: none"> arbeitsteilige Untersuchung ausgewählter Funktionen Verfahren der (näherungsweise) Nullstellenberechnung (auch grafisch) → Projektarbeit	Leistungsnachweise , z. B. vorgelegte HA, Protokolle einer EA oder GA-Phase oder die angemessene Führung eines Lerntagebuchs oder Portfolios

Bemerkung:

Die fundierte Bearbeitung der Themenkomplexe I - III im Sinne eines kompetenzfördernden Mathematikunterrichts lässt aufgrund des zur Verfügung stehende Zeitrahmens (ca. 35 Wochen) im Anschluss nur wenig Spielraum für eine sinnvolle Projektarbeit mit möglichen Wahlthemen. Insofern muss die Fachkonferenz entscheiden, ob der Schwerpunkt eher bei der gemeinsamen fachinhaltlichen im Sinne der drei Themenkomplexe oder alternativ zu Komplex III einer inhaltlich – methodisch differenzierten Erarbeitung, Darstellung und Bewertung (nach Wahlthemen) der Vorzug zu geben ist.

Fachbezogene Festlegungen im Fach Mathematik
Themenkomplex III: Systeme von Gleichungen (algorithmisch) lösen

Themenfeld:
7

Fachbereich: **MA**

Fach: **WPU**

Jahrgang: **10**

Unterrichtswochen: **6**

Kompetenzentwicklung		Inhaltliche Konkretisierung Fachbegriffe	Methoden, Arbeitsformen, Materialien	Differenzierung	Bewertung
Fachlich (mit Niveaustufe)	Überfachlich Fachübergreifend				
L4/K5, K6 Die SuS ... <ul style="list-style-type: none"> ... führen algorithmische Verfahren -Lösen von (m;n)-LGS- aus, reflektieren deren Anwendung und überprüfen die Ergebnisse. ... setzen mathematische Hilfsmittel und Werkzeuge (wie Taschenrechner, Tabellenkalkulation und CAS) zur Darstellung und zum Lösen ein. ... dokumentieren Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse, stellen diese verständlich dar und präsentieren sie auch unter Nutzung geeigneter Medien. 		IV. Systeme linearer Gleichungen (Fundamentum) <ul style="list-style-type: none"> (3;3)-LGS aufstellen und lösen <ul style="list-style-type: none"> Additionsverfahren → Gauss-Algorithmus (Dreiecksform) Grafisches Lösen (auch an <u>Anwendungsbeispielen</u>) Lösungsmannigfaltigkeit <u>Formalisierung:</u> <ul style="list-style-type: none"> (Koeffizienten-) Matrix und Matrizen Schreibweise ?? -	Projektarbeit /PA zu individuellen Themen auf Basis des Fundamentum rechnergestütztes Arbeiten rechnergestütztes Lösen	nach Inhalt, Komplexitäts-, Schwierigkeitsgrad: <ul style="list-style-type: none"> arbeitsteilige Erarbeitung von Teilaspekten zur Matrizenrechnung mit Präsentation → Projektarbeit 	kooperative Leistungen , z. B. im Rahmen von Gruppenarbeit (Anstrengungsbereitschaft, Teamfähigkeit, Zuverlässigkeit)

Wahlthemen:

Die Themenblöcke stehen zur Auswahl, von denen man wenigstens einen wählen kann.

Alternativ dazu ließe sich das Kapitel auch als „Freie Projektarbeit“ denken. In diesem Fall könnten auch die Themen angeboten werden, die man in der Spalte „Differenzierung“ über das Jahr hinweg findet. Mögliche Bewertungsformen sind: Vortrag, Belegarbeit, Gestaltung einer Lernsequenz, etc.

- 1. Lagebeziehungen zwischen Geraden sowie zwischen Geraden und Kreisen (Additum zu Fundamentum I.3)**
- 2. Reihen - spezielle Zahlenfolgen (Additum zu Fundamentum II.2), z. B. auch Reihenentwicklung: $\sin(x)$ und $\exp(x)$ - wie bestimmen TR Funktionswerte? (Reihenentwicklung)**
- 3. Kreise, Winkel und Geraden (Konstruktionen und Argumentieren)**
- 4. Systeme lineare Gleichungen – Matrizen**

Fachbezogene Festlegungen im Fach Mathematik
Themenkomplex IV: Wahlthemen - Projektthemen

Themenfelder
3, 13, 15
 Quartal:

Fachbereich: **MA**

Fach: **WPU**

Jahrgang: **10**

Unterrichtswochen: **6**

Kompetenzentwicklung		Inhaltliche Konkretisierung Fachbegriffe	Methoden, Arbeitsformen, Materialien	Differenzierung	Bewertung
Fachlich (mit Niveaustufe)	Überfachlich Fachübergreifend				
<p>L3 / K1, K2 und K4</p> <ul style="list-style-type: none"> • Konstruktion geometrischer Objekte <p>Die SuS ...</p> <ul style="list-style-type: none"> • ... kennen wesentliche Fachbegriffe und nutzen sie situationsadäquat. • ... können Zusammenhänge erkennen und Vermutungen zu mathematischen Situationen aufstellen. Sie erkunden Beziehungen geometrischer Figuren und Körper in Bezug auf Winkel, Streckenlängen und -verhältnisse, Kreise, Schnittpunkte, In- und Umkreise und Tangenten und formulieren Aussagen dazu. • ... können mehrschrittige Argumentationen zur Begründung und zum Beweisen mathematischer Aussagen entwickeln. Sie begründen Eigenschaften von geometrischen Objekten mithilfe von Symmetrie, einfachen Winkelsätzen, trigonometrischen Beziehungen, dem Satz des Thales und dem Satz des Pythagoras. • ... begründen Eigenschaften von geometrischen Objekten mithilfe der Eigenschaften von Kongruenz und Ähnlichkeit. 	<ul style="list-style-type: none"> • Architektur/ Bauwesen • Seefahrt und Navigation (Geschichte/ Geografie) 	<p>Kreise, Winkel und Geraden: Konstruieren – Begründen - Beweisen</p> <ul style="list-style-type: none"> • begründen den Umfangswinkelsatz und den Mittelpunktswinkelsatz, • konstruieren den Inkreis- und den Umkreismittelpunkt eines Dreiecks, • Lagebeziehungen Gerade-Kreis (qualitativ) • konstruieren Tangenten an einen Kreis und begründen die Tangentenkonstruktionen • (Kehr-) Satz über die Orthogonalität von Tangente Berührungsradius) • Sehnenviereck (Gegenwinkelsatz) • Peripheriewinkelsatz (Bezug zum Thalesatz), Zentriwinkel-Peripheriewinkel- und Zentri-Sehnentangenten-Satz 	<p>Projektarbeit /PA zu individuellen Themen auf Basis eines <u>Fundamentum</u></p> <p>rechnergestütztes Erkunden (Dynamische AB)</p> <p>Materialien: MA i Ü S. 194ff.</p>	<p>nach Inhalt, Komplexitäts-, Schwierigkeitsgrad:</p> <ul style="list-style-type: none"> • arbeitsteilige Untersuchung ausgewählter Funktionen <p>→ Projektarbeit</p>	<p>kooperative Leistungen, z. B. im Rahmen von Gruppenarbeit (Anstrengungsbereitschaft, Teamfähigkeit, Zuverlässigkeit)</p>

Kompetenzentwicklung		Inhaltliche Konkretisierung Fachbegriffe	Methoden, Arbeitsformen, Materialien	Differenzierung	Bewertung
Fachlich (mit Niveaustufe)	Überfachlich Fachübergreifend				
L4/ K1, K2, K5 <ul style="list-style-type: none"> ... können funktionale Zusammenhänge in unterschiedlichen Darstellungsformen beschreiben (rekursiv /explizit), Interpretieren und darstellen, insb. bei Wachstums- und Abnahmeprozessen → H ... begründen die Plausibilität von Vermutungen oder widerlegen diese durch Angabe von Beispielen oder Gegenbeispielen → G/H ... organisieren die gemeinsame Arbeit an mathematischen Fragestellungen (Problemen). 	Bio: Populationen	Besondere Zahlenfolgen untersuchen Wahlthemen (Projekt) mit Bezug zu einem Kontext bzw. Anwendungsbeispielen: <ul style="list-style-type: none"> - Fibonacci-Folge <ul style="list-style-type: none"> o Historie o Bedeutung in der Natur & ... - Reihen als spezielle Zahlenfolgen <ul style="list-style-type: none"> o Grenzwert einer Reihe Teilthema: arithmetische / geometrische Reihe			
		LGS mit Matrizen lösen – Matrizenrechnung Wahlthemen (Projekt) mit Bezug zu einem Kontext bzw. Anwendungsbeispiel: <ul style="list-style-type: none"> - Relationen zwischen Matrizen (Gleichheit, Kleiner-/Größer-Relation) - Addition von Matrizen (Nullmatrix) - Multiplikation mit $r \in \mathbb{R}$ - Multiplikation mit einem Vektor, zweier Matrizen 	nach Inhalt, Komplexitäts-, Schwierigkeitsgrad: <ul style="list-style-type: none"> • arbeitsteilige Erarbeitung von Teilaspekten zur Matrizenrechnung mit Präsentation 		

Bemerkungen:

Das Themenfeld Geometrie ist besonders geeignet, neben fachsprachlichen Kompetenzen (s. o.) die Fähigkeiten und Fertigkeiten beim Argumentieren, Begründen und Beweisen (K1) weiter zu entwickeln. Exemplarisch seien folgende Punkte genannt:

- Unterschied zwischen Definition und einem mathematischen Satz kennen,
- unterschiedliche Formen der Beweisführung (auch anschauliche Begründungen oder Plausibilitätserklärungen) kennen
- Grundstruktur(en) mathematischen Beweisens (indirekt, direkt) kennen und an Beispielen nachvollziehend/selbständig durchführen können